0,75 ب) بين أنه توجد نقطتان P_1 و P_2 من (C_1) حيث يكون فيهما المماس للمنحنى (C_1) موازيا للمستقيم (OM_1) .

0,75 ج) تحقق أن : $OM_1^2 + OP_1^2 = OM_2^2 + OP_2^2$

التمرين الثالث : (2,5 ن)

ليكن n عددا صحيحا طبيعيا اكبر أو يساوي 20 .

يحتوي كيس على 10 كرات بيضاء $n-10$ كرة سوداء . نفترض أن جميع الكرات غير قابلة للتمييز باللمس .

نسحب كرة من الكيس ونسجل لونها ثم نعيدها الى الكيس . نكرر هذه التجربة n مرة . نسمي p_k احتمال الحصول على k كرة بيضاء ($0 \le k \le n$) .

0,5 1) احسب p_k بدلالة n و k .

2) نضع $u_k = \frac{p_{k+1}}{p_k}$ حيث $k \in \{0,1,.....,n-1\}$.

0,5 أ) بين أن : $u_k = \frac{n-k}{k+1} \times \frac{10}{n-10}$.

0,5 ب) بين أن : $u_k \ge 1 \Leftrightarrow 0 \le k \le 9$

و $u_k \le 1 \Leftrightarrow 10 \le k \le n-1$

1 ج) استنتج أكبر قيمة M للعدد p_k عندما تتغير k في $\{0,1,2,...,n\}$.

وبين أن : $M = \frac{n!}{n^n} \times \frac{10^{10}}{10!} \times \frac{(n-10)^{n-10}}{(n-10)!}$.

التمرين الرابع : (10,5 ن)

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = (1+x)e^{-2x}$.

ليكن (C) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i},\vec{j})$.

0,5 I ـ 1) أ) احسب $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \to -\infty} f(x)$.

0,5 ب) ادرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C) .

0,5 2) ادرس تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$.

0,5 3) أ) ادرس تقعر المنحنى (C) .

0,5 ب) أنشئ المنحنى (C) .

0,5 4) أ) بين أن f حل للمعادلة التفاضلية $(E) : y'' + 3y' + 2y = -e^{-2x}$.

0,5 ب) حدد الحل العام للمعادلة (E) .

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي

المركز الوطني للامتحانات

قطاع التربية الوطنية

الصفحة 1 / 3

C : 1M3

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
(الدورة الاستدراكية : 2005)

الموضوع

المادة: الرياضيات
الشعبة: العلوم الرياضية (أ و ب)

مدة الإنجاز : 4 ساعات
المعامل : 10

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة

التمرين الأول : (2,5 ن)

$x \wedge y$ هو القاسم المشترك الأكبر للعددين x و y .

$\overline{abc}^{(x)}$ هي كتابة العدد abc في نظمة العد ذات الأساس x .

1) نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة: $(E) : (x+1)^2 = 9 + 5y$.

0,5 أ) ليكن (x,y) حلا للمعادلة (E) .

بين أن $x \equiv 1\ [5]$ أو $x \equiv 2\ [5]$.

0,5 ب) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) .

0,5 2) بين أن : $(5k^2+4k-1) \wedge (5k+1) = (k-3) \wedge 8$. $\forall k \in \mathbb{Z}$

1 3) حل في IN^2 النظمة : $\begin{cases} \overline{121}^{(x)} = \overline{59}^{(y)} \\ x \wedge y = 8 \\ x \equiv 1\ [5] \end{cases}$.

التمرين الثاني : (4,5 ن)

في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر المنحنى (C_m) الذي معادلته هي:

$$\frac{x^2}{10-m} + \frac{y^2}{2-m} = 1 \qquad (m \in \mathbb{R} \setminus \{2;10\})$$.

1 I) 1) ناقش حسب قيم m ، طبيعة المنحنى (C_m) .

1 2) إذا كان (C_m) مخروطيا ، أعط عناصره المميزة (المركز ، الرؤوس ، البؤرتان، المقاربان إن وجدا).

0,25 3) ارسم (C_1) .

II) نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z :

$$(E): z^2 - (6\cos\alpha)z + 1 + 8\cos^2\alpha = 0 \quad \text{حيث} \quad 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

0,5 1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E) .

لتكن z_1 و z_2 حلي المعادلة (E) $(\Im m z_1 > 0)$ و M_1 و M_2 النقطتين ذات اللحقين z_1 و z_2 على التوالي.

0,25 2) أ) تحقق أن : $M_1 \in (C_1)$.

المادة: الرياضيات
الشعبة: العلوم الرياضية (أ و ب)
الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
(الدورة الاستدراكية: 2005)
الموضوع:

II ــ ليكن n عددا صحيحا طبيعيا غير منعدم . نرمز ب A_n لمساحة الحيز المحصور بين المنحنى (C) و محور الأفاصيل و محور الأراتيب و المستقيم ذي المعادلة $x=n$.

1 | 1) احسب A_n بدلالة n .

0,5 | 2) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} A_n$.

III ــ لكل عدد صحيح طبيعي غير منعدم n نضع : $u_n = n\int_0^1 [f(x)]^n\,dx$.

0,75 | 1) بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\ u_n = \int_0^n \left(1+\frac{t}{n}\right)^n e^{-2t}\,dt$ (يمكنك استعمال تغيير المتغير $t=nx$)

0,5 | 2) أ) بين أن : $(\forall u\in[1,2])\ 2-u \le \frac{1}{u} \le 1$.

0,75 | ب) استنتج أن : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)(\forall x\in[0,n])\quad x-\frac{x^2}{2n} \le n\ln\left(1+\frac{x}{n}\right) \le x$.

0,5 | 3) أ) بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\quad u_n \le \int_0^n e^{-x}\,dx$.

0,75 | ب) بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\quad e^{-\frac{1}{2\sqrt{n}}}\int_0^{\sqrt{n}} e^{-x}\,dx \le u_n$.

0,75 | ج) استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\ge1}$ متقاربة و حدد نهايتها .

4) ليكن a عنصرا من المجال $]0,1[$.

0,5 | أ) بين أن : $\int_a^1 n[f(x)]^n\,dx \le n(1-a)[f(a)]^n$.

0,5 | ب) استنتج أن : $\lim\limits_{n\to+\infty}\int_a^1 n[f(x)]^n\,dx = 0$.

0,5 | ج) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}\int_0^a n[f(x)]^n\,dx$